ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

1. Άρτιος-Περιττός

Άρτιος λέγεται ο φυσικός αριθμός που διαιρείται με το 2 ,ενώ **περιττός** λέγεται ο φυσικός αριθμός που δε διαιρείται με το 2.

2. Ιδιότητες της πρόσθεσης φυσικών αριθμών

Α. **Αντιμεταθετική** ιδιότητα:

$\alpha + \beta = \beta + \alpha$

Β. **Προσεταιριστική** ιδιότητα:

$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$

Γ. $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$

3. Ιδιότητες πολλαπλασιασμού φυσικών αριθμών

Α. **Αντιμεταθετική** ιδιότητα:

$\alpha . \beta = \beta . \alpha$

Β. Προσεταιριστική ιδιότητα:

$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$

Γ. $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

Δ. Επιμεριστική του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση

$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$

Ε. Επιμεριστική του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση

$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$

4. ν-οστή δύναμη του α (α ,ν φυσικοί αριθμοί)

Το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \,....\, \alpha$ που έχει ν πλήθος παράγοντες ίσους με α και συμβολίζεται α^{ν}

5. Αριθμητική παράσταση

Αριθμητική παράσταση λέγεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των τεσσάρων πράξεων.

6. Προτεραιότητα των πράξεων σε μια αριθμητική παράσταση

Προτεραιότητα των πράξεων σε μια αριθμητική παράσταση λέγεται η σειρά με την οποία πρέπει να κάνουμε τις πράξεις στη παράσταση αυτή.
Η σειρά αυτή είναι:

1.Υπολογισμός δυνάμεων
2. Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις

3. Προσθέσεις και αφαιρέσεις.

Αν υπάρχουν πράξεις σε παρενθέσεις κάνουμε τις πράξεις μέσα σε αυτές με την προηγούμενη σειρά.

7. Ευκλείδεια διαίρεση

Ευκλείδεια διαίρεση: $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$, όπου $\boldsymbol{\upsilon < \delta}$.

Ο αριθμός **Δ** λέγεται **διαιρετέος**, ο **δ διαιρέτης**, ο **π πηλίκο** και ο **υ υπόλοιπο.**

8. Τέλεια διαίρεση

Όταν το υπόλοιπο είναι 0 και τότε έχουμε $\Delta = \delta \cdot \pi$

9. Πολλαπλάσιο ενός φυσικού αριθμού

Πολλαπλάσιο ενός φυσικού αριθμού α, ονομάζουμε κάθε αριθμό που προκύπτει από το πολλαπλασιασμό του α με κάθε ένα από τους φυσικούς 0, 1, 2, 3, 4 κλπ.

11. Διαιρέτης ενός φυσικού αριθμού

Διαιρέτης ενός φυσικού αριθμού α, λέγεται κάθε αριθμός που τον διαιρεί.

12. Ποιος αριθμός λέγεται πρώτος;

Πρώτος λέγεται ο αριθμός που έχει διαιρέτες τον εαυτό του και τη μονάδα, ενώ **σύνθετος** ο αριθμός που εκτός από τον εαυτό του και τη μονάδα έχει και άλλους διαιρέτες.

13. Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο δύο ή και περισσότερων αριθμών

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο **(Ε.Κ.Π)** δύο ή και περισσότερων αριθμών είναι το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών.

14. Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης δύο ή και περισσότερων αριθμών

Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (Μ.Κ.Δ) δύο ή και περισσοτέρων αριθμών είναι το μεγαλύτερο από τους κοινούς διαιρέτες των αριθμών αυτών.

15. Κριτήρια Διαιρετότητας

- Ένα φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10, 100, 100 … αν τελειώνει σε 1, 2, 3 … μηδενικά
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν τελειώνει σε 0, 2, 4, 6, 8
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν τελειώνει σε 0 ή 5
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή με το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή 9 αντίστοιχα
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25 αν τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού διαιρούνται με το 4 ή το 25 αντίστοιχα.

Πώς βρίσκουμε το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων αριθμών

Έστω ότι θέλουμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 4, 6, 12 και 20.

- Γράφουμε τους αριθμούς στην ίδια σειρά. Δεξιά από τον τελευταίο τραβάμε μία κατακόρυφη γραμμή.
- Εξετάζουμε αν ένας τουλάχιστον αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2, και γράφουμε το 2 δεξιά της γραμμής.
  (Αν δεν διαιρείται κανείς, πάμε στο **επόμενο πρώτο αριθμό** δηλαδή το 3, αν δεν διαιρείται πάλι κανείς πάμε στο 5, μετά στο 7, στο 11, …)
- Κάτω από τους αριθμούς γράφουμε τα πηλίκα της διαίρεσης κάθε φορά. (Αν κάποιος αριθμός δεν διαιρείται ακριβώς με το 2, τον ξαναγράφουμε από κάτω τον ίδιον.)
- Στην δεύτερη γραμμή που βρήκαμε, αν υπάρχουν πάλι αριθμοί που διαιρούνται ακριβώς με το 2, κάνουμε το ίδιο με τα προηγούμενα.
- Στην τρίτη γραμμή αν δεν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 2, προχωράμε στον επόμενο πρώτο αριθμό, στο 3. Γράφουμε το 3 στα δεξιά και κάνουμε ό,τι και με το 2.
  (Όπου υπάρχει το 1, απλώς το ξαναγράφουμε.)
- Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο μέχρι να καταλήξουμε σε μία γραμμή, όπου όλοι οι αριθμοί είναι μονάδες (το 1), που σημαίνει πως τελειώσαμε τους υπολογισμούς.
- Παίρνουμε τότε τους αριθμούς που βάλαμε δεξιά και τους πολλαπλασιάζουμε. Το γινόμενό τους είναι το Ε.Κ.Π.

Στο παράδειγμά μας Ε.Κ.Π. (4, 6, 12, 20) = 2 x 2 x 3 x 5 = 60

4	6	12	20	2
2	3	6	10	2
1	3	3	5	3
1	1	1	5	5
1	1	1	1	

Πώς βρίσκουμε τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών

Θέλω να βρω τον ΜΚΔ των αριθμών 24, 36 και 96.

24	36	96
24	12	0
0	12	0

- Γράφω τους αριθμούς σε οριζόντια διάταξη, κατεβάζω το μικρότερο απ' αυτούς (24) και τους διαιρώ με αυτόν.

- Κάτω από κάθε αριθμό από τους άλλους γράφω το αντίστοιχο υπόλοιπο από τη διαίρεσή του (δηλαδή 12 κάτω από το 36 και 0 κάτω από το 96).

- Κατεβάζω πάλι το μικρότερο από τους αριθμούς στη 2η σειρά τώρα (12) και διαιρώ τους υπόλοιπους με αυτόν.

1. Όταν μείνει μόνο ένας αριθμός και οι υπόλοιποι είναι 0, αυτός είναι ο ΜΚΔ. Έτσι έχουμε ΜΚΔ (24, 36, 96) = 12

Σχόλιο: Αν έχουμε αριθμούς αναλυμένους σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τότε:

- Το ΕΚΠ τους είναι το γινόμενο κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με το μεγαλύτερο εκθέτη
- ο ΜΚΔ τους είναι το γινόμενο μόνο των κοινών παραγόντων τους με το μικρότερο εκθέτη